

Fractalicious! Wiskunde in de natuur

Tijdens deze les gaan de leerlingen ervaren dat fractals overal in de natuur te vinden zijn en dat je ze makkelijk zelf kunt tekenen.

Ook leren ze wat een fractal is en waar je fractals voor kunt gebruiken (spoiler: in mobiele telefoons!).

De les heeft zowel doe- als praatopdrachten en is daardoor afwisselend en interactief.

Totale duur: 1 tot 1,5 uur.

★ TIP

Je kunt de les makkelijk verlengen door de tekenopdrachten lekker uitgebreid te doen!

VERBINDING MET BEROEPEN EN DE ARBEIDSMARKT

Zo zetten wiskundigen en ingenieurs de skills uit deze les ook in om te werken aan bijvoorbeeld sterkere antennes, betere medicijnen en medische behandelingen. Bijvoorbeeld bij Apple, Samsung of op (internationale) universiteiten.

LESOPBOUW

- Introductie: Kinderen tekenen een fractal en leren de regels door te doen.
- Verdieping: Ze leren meer over fractals: de geschiedenis en waar je ze kunt vinden.
- Doen: Ze tekenen nog een fractal en leren over de toepassing.

VOORBEREIDING & BENODIGDHEDEN

Van tevoren kun je een aantal dingen doen:

- Lees de handleiding
- Digi-bord met internetverbinding: klik door de slides voor op het digibord
- Bekijk dit filmpje (Engelstalig en Engels ondertiteld): <https://www.khanacademy.org/partner-content/mit-k12/mit-math/v/what-is-a-fractal-and-what-are-they-good-for>
- Doe zelf de tekenopdrachten.
- Optioneel: maak mallen of kopieervellen (startvellen) voor de tekenopdrachten. Ieder kind heeft drie vellen nodig: twee met een vierkant van 10 x 10 cm en één met een gelijkbenige driehoek. Regel tekenmaterialen: papier, linialen, geodriehoeken, potloden of stiften.

DOEL VAN DE LES

Domein curriculum 2021	Leerdoelen digitale vaardigheden	Kerdoel vak	21st century skills
1 Toepassen & ontwerpen DG7.1 Toepassen & ontwerpen	1 Computational thinking De leerling begrijpt dat een computer tekeningen kan produceren.	1 Rekenen De leerlingen leren eenvoudige meetkundige problemen op te lossen.	1 Creatief denken
	2 Computational thinking De leerling kan zelf een algoritme bedenken, beschrijven en uitvoeren.		2 Probleem oplossen
	3 Computational thinking De leerling kan abstraheerbare elementen van een probleem herkennen.		

INTRODUCTIE

Openingslide



GROEP 6, 7 EN 8 DIGI-DOENER!

Slide 1, Doen

Laat de kinderen de tekenopdracht doen. Het fijnst is als ze met een geodriehoek werken, maar het kan ook met een liniaal.

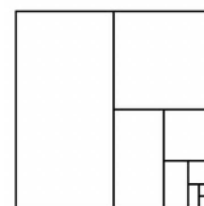
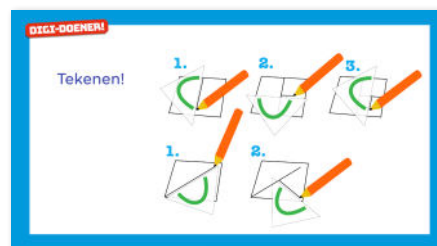
Laat ze starten met het tekenen van een vierkant van 10 bij 10 cm (of gebruik een mal of een gekopieerd startvel als ze dat zelf niet kunnen tekenen). Dat gaan ze in steeds kleinere vierkanten verdelen.

Dan tekenen ze (op een nieuw stuk papier) opnieuw een vierkant van 10 bij 10 cm (of gebruik een mal of een gekopieerd startvel als ze dat zelf niet kunnen tekenen). Dat gaan ze in steeds kleinere driehoeken verdelen.

Ze gebruiken papier, potlood en liniaal. En komen tot dit soort tekeningen:

Hoe nauwkeuriger ze werken, hoe leuker het wordt.

Vraag wat ze ervan vonden, of ze iets opvallends zien, of het ze aan iets doet denken (bijvoorbeeld de doorsnede van een slakkenhuis)?



VERDIEPING

Slide 2, Luisteren

Wat de kinderen hebben getekend zijn fractals. Fractals zijn gekke dingen: ze zijn heel simpel, maar ook oneindig complex. Ze bestaan in de natuur al heel lang, maar we kennen ze nog maar kort.

Wiskundige Benoit Mandelbrot heeft in 1975 voor het eerst het woord fractal gebruikt.

Een fractal is een patroon dat getekend wordt volgens eenvoudige regels, en dat vanzelf oneindig complex wordt.

Je kunt ze met de hand tekenen, maar het is meer iets voor computers.

Een eenvoudige regel, eindeloos herhalen is hetzelfde als een algoritme eindeloos uitvoeren. Computerwerk!

Er bestaan verschillende fractals. De beroemdste is de Mandelbrot, die zie je in dit filmpje en is genoemd naar Benoit Mandelbrot.



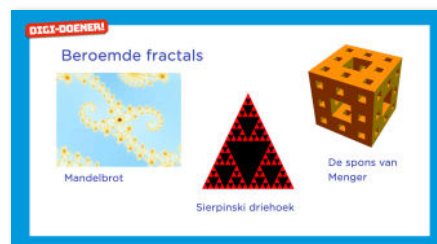
Slide 3, Praten met de klas

Deze drie fractals zijn ontdekt door verschillende wiskundigen. Ze hebben alledrie andere eigenschappen en ontstaan volgens andere regels. Deze regels zijn wiskundige formules: een soort recept waarmee een computer zo'n fractal kan tekenen.

Vraag aan de klas: Kunnen jullie de regels zien in de drie voorbeelden?

Antwoord:

- De Mandelbrot is steeds dezelfde vorm, maar de regel is niet zomaar te zien



GROEP 6, 7 EN 8 DIGI-DOENER!

- Sierpinski: iedere driehoek wordt steeds verdeeld in 4 driehoeken
- Menger: ieder blok bevat hetzelfde blok

Slide 4, Praten met de klas

Fractals komen ook in de natuur voor. Hier zie je een Romanesco broccoli.

Kijk naar de foto's:

- In de bovenste rij zie je steeds een kleiner stukje van de broccoli.
- In de onderste rij zie je dezelfde stukjes, maar dan even groot naast elkaar gezet.



Vraag: Wat valt je op? **Antwoord:** de kleine stukken zijn precies hetzelfde als de grote kool.

Een fractal is precies dit: het grote geheel is hetzelfde als een detail. *Alles bestaat in het groot en in het klein tegelijk.*

Bedenk samen met de klas:

Waar vind je nog meer fractals in de natuur?

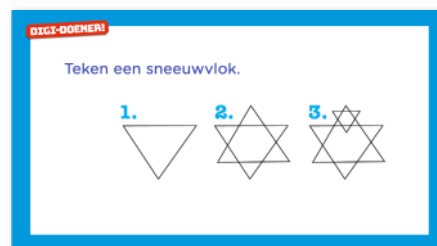
Antwoord: takken van bomen, ordening van zaden in een zonnebloem, schuine cirkels rond een ananas.

DOEN

Slide 5, Doen

Laat de kinderen een sneeuwvlok tekenen.

- Ze beginnen met een gelijkbenige driehoek. Gebruik een mal of een gekopieerd startvel als ze dat zelf niet kunnen tekenen.
- Laat ze de buitenrand van de driehoek meten: hoe lang is die in totaal?
- Omgekeerd tekenen ze er nog zo'n driehoek overheen.
- En op alle kleinere driehoeken tekenen ze weer een omgekeerde driehoek.

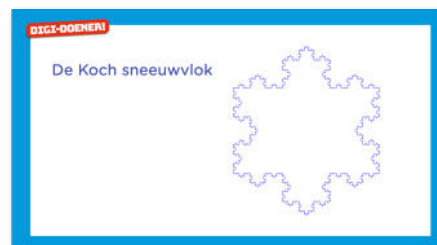


Slide 6, Praten met de klas

Helge von Koch heeft deze sneeuwvlok bedacht. Hier kun je heel mooi zien wat de kracht van een fractal is: zonder dat de vorm groter wordt, wordt hij toch steeds complexer.

- Laat de kinderen hun tekening pakken en de buitenrand een kleur geven
- Laat ze dan meten hoe lang de buitenrand is geworden
- Vergelijk dat met de meting van de enkele driehoek

Vraag: Wat valt op? **Antwoord:** de buitenrand is veel langer geworden! Maar wat kun je daar dan mee?



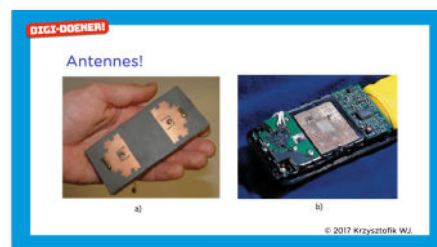
GROEP 6, 7 EN 8 DIGI-DOENER!

Slide 7, Praten met de klas

Kijk goed naar de foto. Herkennen kinderen de vormen die ze zien? Antwoord: links de sneeuwvlok, rechts de Sierpinski driehoek.

Dat je met fractals antennes kunt maken is bedacht door Nathan Cohen in 1990. Een antenne (de ontvanger van tv of radiosignalen of in de mobiele telefoon) werkt het best als hij zo groot mogelijk is. Cohen bedacht dat je door fractals toe te passen een groot oppervlak kunt maken, zonder dat de antenne zelf groot is. Denk aan de buitenrand van de sneeuwvlok tekening! Hoe langer de buitenrand, hoe sterker de ontvangst van de antenne.

In al onze telefoons zitten antennes die zo bedacht zijn. Slim, want anders zou je telefoon niet in je broekzak passen!



Slide 8, Doen (optioneel)

Je kunt eindeloos door blijven tekenen met fractals. Kinderen kunnen de regels gebruiken die we al hebben gezien (recht, met driehoeken, de sneeuwvlok), maar je kunt ook zelf regels bedenken:

- De lijnen in de voorbeelden bij slide 1 staan recht en staan precies in het midden, maar je kunt dat ook anders doen. Bijvoorbeeld met halve cirkels, zoals op tekening 1.
- Of je zet de lijnen er niet haaks op (zoals de bij slide 1 deed) maar alleen verticaal of horizontaal. Dan krijg je een heel mooi streepjes patroon dat steeds dichter wordt naarmate je meer naar de zijkant komt, zie tweede tekening.
- Of je werkt met een losse vorm of lijn, en in iedere stap is je lijn of vorm kleiner en schuift een stukje zoals op de derde tekening.
- Of je voegt er een draai aan toe: iedere stap draait je lijn of vorm een stukje, zie vierde tekening
- Etc.



AFRONDING

Slide 9, Handig om te leren om...

De leerlingen hebben geleerd dat wiskunde ook in de natuur voorkomt en dat ze met wiskunde hele creatieve dingen kunnen maken. Ook leerden ze dat dit soort creatieve wiskunde tot belangrijke uitvindingen leidt! Zo zetten wiskundigen en ingenieurs de skills uit deze les ook in om te werken aan bijvoorbeeld sterkere antennes, betere medicijnen en medische behandelingen. Bijvoorbeeld bij Apple, Samsung of op (internationale) universiteiten.

