

Bezorgen in een flits!

Met een e-bike of drone?



Doelgroep

havo/vwo klas 4 en 5



Vak

Wiskunde A



Duur

1 lesuur



Vaardigheden

Aantal kortste routes in een rooster bepalen

Deze les

In deze les gaan de leerlingen een flitsbezorger in New York helpen het aantal mogelijke routes en het bezorggebied te bepalen. De leerlingen gebruiken combinaties om het aantal routes te berekenen in een rooster, zoals de plattegrond van New York. Vervolgens gaan de leerlingen het bezorggebied van flitsbezorger en een drone bepalen en vergelijken. Is de drone een concurrent voor de flitsbezorger?

Lesopzet

Introductie

5 min.



Leerlingen maken kennis met flitsbezorging en de voor- en nadelen.

Kern

30 min.



Leerlingen bepalen het aantal routes voor een flitsbezorger en bekijken de route van Google Maps. Vervolgens vergelijken de leerlingen het bezorggebied van een flitsbezorger met een drone.

Afsluiting

10 min.



De leerlingen discussiëren over de voor- en nadelen van bezorging door drones en blikken terug op de les.

Didactische verantwoording



Leerdoelen

- » Combinaties en permutaties herkennen
- » Toepassen van combinaties in een rooster
- » Wiskundige vaardigheden gebruiken bij rekenen met afstand en tijd



Aansluiting curriculum

Deze les sluit aan bij de volgende domein(en) van het [SLO](#) examenprogramma:

- » **Telproblemen (B3)** - De leerling kan telproblemen structureren en schematiseren en dat gebruiken bij berekeningen en redeneringen.
- » **Wiskundige vaardigheden (A3)** - De leerling beheerst de bij het examenprogramma passende wiskundige vaardigheden, waaronder modelleren en algebraïseren, ordenen en structureren, analytisch denken en probleemoplossen, formules manipuleren, abstraheren, en logisch redeneren – en kan daarbij ICT functioneel gebruiken.

Benodigde voorkennis

De leerlingen hebben kennis over het oplossen van telproblemen. De leerlingen zijn bekend met permutaties en combinaties (ook bij roosters).

Inbedding curriculum

Deze les sluit aan bij het vak wiskunde A voor klas 4 en 5 van het havo en vwo. De les kan gebruikt worden als verdieping bij het thema telproblemen; combinaties in een rooster. Eventueel kan de les ook gebruikt worden als introductie van dit onderwerp. Daarvoor is een extra bijlage in de lesbrief opgenomen.

Hele taak eerst

De hele taak eerst is een didactiek waarbij de leerlingen direct de complexe taak krijgen. Dit maakt het voor de leerlingen duidelijk waarom ze de opdracht(en) uitvoeren en in welke context ze die moeten plaatsen. Bij hele taak eerst is het voor de docent gemakkelijk te differentiëren, doordat leerlingen de deeltaken enkel uitvoeren wanneer zij de stof lastig vinden en een extra tussenstap nodig hebben. Op deze manier vergroot je de motivatie en de autonomie van de leerling over het eigen leerproces.

Innovatief onderwijs met Leapo

Bij WisMon zien we wetenschap en techniek als essentieel onderdeel van het onderwijs. We streven er daarom naar om wetenschap en techniek makkelijk, modern en motiverend te maken. Leapo past binnen deze visie door het aanbieden van kant-en-klaar lesmateriaal bij moderne, eenvoudig te bedienen apparatuur, waarbij de contexten tot de verbeelding spreken en leerlingen lekker zelf aan de slag gaan.

Benodigheden

- één lesbrief per leerling
- laptop/tablet/telefoon per twee leerlingen

Vorbereiding

- bekijk de powerpoint en lesbrief
- bekijk bijlage I en II van de lesbrief
- bekijk de route(s) van Google Maps voor opdracht 1

Begeleiding tijdens de les

Legenda:



Vertel dit de leerlingen



Dit doen de leerlingen



Achtergrondinformatie

Introductie



Introduceer de les. De leerlingen gaan vandaag een flitsbezorger helpen met het berekenen van het aantal routes die de bezorger kan fietsen en hoe ver hij kan fietsen om de boodschappen op tijd te bezorgen.

Dia's



2



bekijk de video tot 4.00 minuten. Vraag aan de klas of zij zelf wel eens gebruik hebben gemaakt van flitsbezorging. Wat vinden zij de voor- en nadelen aan flitsbezorging?



3

Kern



De leerlingen gaan in tweetallen de opdrachten 1, 2 en 3 maken. Ze hebben daarbij de plattegrond van Manhattan, New York, nodig uit bijlage I. Als leerlingen opdracht 1 lastig vinden, kunnen zij eerst de opdrachten uit bijlage II maken om de kennis op te frissen. Je kan er voor kiezen om met de bijlage te starten als ze nog te weinig voorkennis hebben.



Stel bij opdracht 1 hulpvragen als:

- » Waar is de bezorger en waar moet hij naar toe? Waar zijn de wegwerkzaamheden?
- » Hoeveel routes zijn er in totaal van het Empire State Building naar het Chrysler Building?
- » Hoe kan je het aantal routes met (via) de wegwerkzaamheden berekenen? Hoeveel routes zijn er dan zonder?

Stel bij opdracht 2 hulpvragen als:

- » Hoeveel centimeter is de route op de kaart? Hoeveel is dat in het echt? Wat is de schaal van de kaart?
- » Hoe hard denk je dat een flitsbezorger fietst? Een mogelijk antwoord is 25 km/uur; dat is de maximale snelheid waarbij je trapondersteuning krijgt bij een normale e-bike. Als je het stilstaan voor stoplichten mee rekent kom je uit op 20 km/uur.
- » Hoe bereken je de tijd die de bezorger doet over deze afstand?

Dia's



4



Optioneel

Heeft de klas meer begeleiding nodig? Bespreek dan eerst de uitwerking van opdracht 1 en 2 van bijlage II klassikaal.



Benoem het volgende:

Iedere route van A naar B heeft 7 stappen, waarvan 3 richting Zuid en 4 richting Oost. Om het totaal aantal routes uit te rekenen, spreken we over het aantal combinaties van 3 elementen Zuid uit 7 elementen totaal.

- » Er is geen sprake van herhaling (of terug leggen), want je gebruikt alle elementen één keer.
- » De volgorde maakt niet uit, omdat ZOZOZO dezelfde route is als ZOZOZO en ZOZOZO.

Het aantal combinaties van 3 elementen uit 7 noteer je als 7 boven 3 en reken je uit: $7 \times 6 \times 5 / 3 \times 2 \times 1 = 35$
Benoem dat 7 boven 3 (elementen Zuid), hetzelfde is als 7 boven 4 (elementen Oost).

Wanneer een route via een punt C gaat, bereken je eerst het aantal routes van A naar C, en dit vermenigvuldig je met het aantal routes van C naar B.

De route van A naar C bestaat uit 4 stappen, waarvan 1 Zuid. Dit is dus 4 boven 1. Er zijn 4 routes
De route van C naar B bestaat uit 3 stappen, waarvan 2 Zuid. Dit is dus 3 boven 2. Er zijn 3 routes.



Bespreek opdracht 1, 2 en 3 klassikaal na.

Opdracht 1

In totaal moet je 11 stappen zetten om van het Empire State Building naar het Chrysler Building te komen, waarvan 3 stappen Oost. Dit is 11 boven 3, is gelijk aan 165.

De leerlingen kunnen dit ook met een grafische rekenmachine uitrekenen.

Bereken vervolgens het aantal routes via de wegversperring (blauwe stip), door het aantal routes vanaf het Empire State Building naar de wegversperring te vermenigvuldigen met het aantal vanaf de wegversperring naar het Chrysler Building. Dit is 3 boven 1 vermenigvuldigt met 8 boven 2. In totaal zijn er 84 routes via het kruispunt.

Het aantal routes zonder dat je via de kruispunt gaat is:
 $165 - (3 \times 28) = 165 - 84 = 81$

Opdracht 2

De afstand kunnen de leerlingen uitrekenen met de schaal op de kaart. Dit is ongeveer 1200 m. De geschatte gem. snelheid van een de bezorger is ongeveer 20 km/uur. De flitsbezorger doet hier ongeveer 3,6 minuten over. Dit is binnen de 10 minuten bezorgtijd, de flitsbezorger is dus op tijd (ook als je de tijd voor 'picking', verzamelen van de boodschappen, mee rekent)

Opdracht 3

Vraag aan de klas waarom zij denken dat Google Maps niet alle korte routes laat zien. Een antwoord kan zijn: niet alle kortste routes fiets je even snel. Waar denkt de klas dat Google Maps rekening mee houdt met het kiezen van de route? Je ziet dat Google Maps routes kiest met weinig bochten. Dit zorgt ervoor dat je sneller door kunt fietsen. Ook zal Google Maps o.a. stoplichten, éénrichtingsverkeerswegen en file/drukke meenemen.

Uitwerking opdracht 1 en 2 bijlage II

ZOOZOO - OOOZZZ
7 stappen, waarvan 3 stappen Zuid en 4 stappen Oost
Zonder herhaling en volgorde maakt niet uit.
Combinaties:
 $\binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} = 35$

Aantal routes A naar C:
 $\binom{4}{1} = 4$

Aantal routes C naar B:
 $\binom{3}{2} = 3$

Aantal routes A naar B via C:
 $4 \times 3 = 12$

5



Bespreek opdracht 1, 2 en 3 klassikaal na.

Opdracht 1

In totaal moet je 11 stappen zetten om van het Empire State Building naar het Chrysler Building te komen, waarvan 3 stappen Oost. Dit is 11 boven 3, is gelijk aan 165.

De leerlingen kunnen dit ook met een grafische rekenmachine uitrekenen.

Bereken vervolgens het aantal routes via de wegversperring (blauwe stip), door het aantal routes vanaf het Empire State Building naar de wegversperring te vermenigvuldigen met het aantal vanaf de wegversperring naar het Chrysler Building. Dit is 3 boven 1 vermenigvuldigt met 8 boven 2. In totaal zijn er 84 routes via het kruispunt.

Het aantal routes zonder dat je via de kruispunt gaat is:
 $165 - (3 \times 28) = 165 - 84 = 81$

Opdracht 2

De afstand kunnen de leerlingen uitrekenen met de schaal op de kaart. Dit is ongeveer 1200 m. De geschatte gem. snelheid van een de bezorger is ongeveer 20 km/uur. De flitsbezorger doet hier ongeveer 3,6 minuten over. Dit is binnen de 10 minuten bezorgtijd, de flitsbezorger is dus op tijd (ook als je de tijd voor 'picking', verzamelen van de boodschappen, mee rekent)

Opdracht 3

Vraag aan de klas waarom zij denken dat Google Maps niet alle korte routes laat zien. Een antwoord kan zijn: niet alle kortste routes fiets je even snel. Waar denkt de klas dat Google Maps rekening mee houdt met het kiezen van de route? Je ziet dat Google Maps routes kiest met weinig bochten. Dit zorgt ervoor dat je sneller door kunt fietsen. Ook zal Google Maps o.a. stoplichten, éénrichtingsverkeerswegen en file/drukke meenemen.

Bespreeken opdracht 1, 2 en 3

Aantal routes Empire State naar Chrysler Building:
 $\binom{11}{3} = \frac{11 \times 10 \times 9}{3 \times 2 \times 1} = 165$

Aantal routes Empire State naar wegversperring:
 $\binom{4}{1} = 4$

Aantal routes wegversperring naar Chrysler Building:
 $\binom{8}{2} = 28$

Aantal routes Empire State naar Chrysler Building onder wegversperring:
 $165 - (3 \times 28) = 81$

6



Bekijk de video en benoem dat de leerlingen in de volgende opdrachten de flitsbezorger gaan vergelijken met een drone.



7



De leerlingen maken in tweetallen opdracht 4 en 5. Als ze eerder klaar zijn kunnen ze voor extra uitdaging opdracht 6 maken.



Stel bij opdracht 4 hulpvragen als:

- » Wat is het verschil tussen de flitsbezorger op een fiets en een drone als je kijkt naar de routes?
- » Hoe ziet het gebied van een drone eruit?
- » Teken een aantal routes van 5 stappen voor de flitsbezorger. Kan je een patroon ontdekken? Welk figuur zie je ontstaan?



8

Stel bij opdracht 5 hulpvragen als:

- » Hoe hard denk je dat een drone met pakketje gaat? Je mag internet hiervoor gebruiken.
- » Hoeveel minuten mag de drone en fietser onderweg zijn om op tijd aan te komen?
- » Hoeveel kilometer kunnen de drone en de flitsbezorger dus afleggen?
- » Hoe teken je dit op de kaart?
- » Waar houd je nog meer rekening mee?



Besprek opdracht 4 en 5 klassikaal, en eventueel opdracht 6.

Opdracht 4

Het bezorggebied (rood) van een drone is cirkelvormig met een straal van 5 stappen. De drone hoeft geen rekening te houden met het rooster van wegen.



Het bezorggebied (zwart) van de flitsbezorger is vierhoekig (vierkant in een continu raster). Wijs de leerlingen op verschillende routes die de bezorger kan fietsen. De fietser kan op bepaalde gebieden niet komen, waar de drone dat wel kan. Het gebied van de drone is groter dan het gebied van de flitsbezorger, omdat de drone over de wegen kan vliegen en de fietser niet. Hemelsbreed komt de drone dus verder.



9

Opdracht 5

Vraag aan de leerlingen waar zij hun darkstore hebben geplaatst en wat hun aanpak is geweest.

Hoe hard dachten zij dat de drone en bezorger kunnen? Schat een bezorger op 25 km/uur en een drone op 40 km/uur. Leerlingen kunnen hier een eigen interpretatie en schatting van maken.

De flitsbezorger moet binnen 10 min. bezorgen. Daarin moet ook nog de boodschappen ingepakt worden. Reken daarom bijv. 7 min. (= 7/60 uur) voor het fietsen. De afstand bereken je met tijd keer snelheid. Dus in dit voorbeeld:

Bezorger: $20 \times 7/60 = 2,3$ km.

Drone: $40 \times 7/60 = 4,7$ km.

Hebben de leerlingen rekening gehouden met de figuren uit opdracht 4 (cirkel/vierhoek) of juist niet? Zijn er nog andere factoren waar de leerlingen rekening mee hebben gehouden?



Vervolg

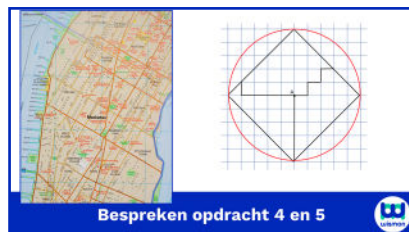
Opdracht 6 - uitdaging

Deel het gebied eerst op in 4 kwadranten. Het aantal routes richting het noordoosten bepaal je als volgt:



Je zet 5 stappen, elke stap zet je óf Noord óf Oost (niet Zuid of West, want maak je geen kortste route). Het aantal mogelijke routes is gelijk aan $2 * 2 * 2 * 2 * 2 = 2^5 = 32$. Dit geldt voor ieder kwadrant, dus $32 * 4 = 128$ routes. In deze berekening heb je de routes NNNNN, OOOOO, ZZZZZ en WWWWW twee keer mee geteld. Je moet dus nog 4 aftrekken.

Het totaal aantal routes is: $128 - 4 = 124$ routes



Afsluiting



Vraag aan de leerlingen wat zij denken dat de voor- en nadelen zijn van flitsbezorging met een drone? Denk aan de kosten, tijd, efficiëntie etc. Denken zij dat dit de toekomst is?

Werp vervolgens een korte terugblik op de les. De leerlingen hebben geleerd combinaties toe te passen in een rooster. Ook hebben zij met snelheid en afstand gerekend en met een kaart gewerkt.

Dia's

